

# Simulasi Aliran Darah dalam Pembuluh Darah Manusia dengan Metoda Lagrange *Smooth Particle Hydrodynamic* (SPH)

Dwi Puspita Anggraeni<sup>1</sup>, Widiyarti<sup>2</sup>, Ary Setijadi Prihatmanto<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universitas Budiluhur, Jakarta

<sup>2,3</sup>Sekolah Teknik Elektro dan Informatika Institut Teknologi Bandung, Bandung

<sup>1</sup>Jl. Ciledug Raya, Petukangan Utara, Jakarta 12260

<sup>2,3</sup>Jl. Ganesha No.10 Bandung 40132

<sup>1</sup>puspita85@gmail.com

<sup>2</sup>widiyarti\_tl02@yahoo.com

<sup>3</sup>asetijadi@lskk.ee.itb.ac.id

**Intisari** — Fluida adalah salah satu fenomena yang sulit dimodelkan secara realistis. Penelitian ini didasarkan pada ketertarikan untuk mengaplikasikan model partikel yang cepat dan stabil dalam simulasi fluida, dalam hal ini adalah sistem kardiovaskular dengan fluida darah yang mengalir pada batasan ruang geometri berupa pembuluh darah. Simulator kardiovaskular terdiri dari dua bagian utama, yaitu: simulasi dan visualisasi. Akan tetapi dalam penelitian ini hanya difokuskan pada bagian simulasi dimana persamaan matematis dan dinamika fluida diperlukan untuk mendefinisikan pergerakan fluida darah yang cukup kompleks. Simulasi yang dibuat ditampilkan dalam empat pilihan mode render: titik (point), ruang (sphere), marching cube, wireframe. Simulasi yang pertama dibuat untuk menampilkan interaksi tumbukan antara partikel fluida terhadap dinding pembatas dan percabangan pembuluh. Simulasi ke dua menampilkan model peredaran darah besar. Simulasi ke tiga menampilkan model peredaran darah besar dan kecil. Metoda *Smooth Particle Hydrodynamic* (SPH) dengan persamaan Lagrange telah diaplikasikan dengan baik dalam simulator ini. Parameter yang diterapkan yaitu jumlah partikel 6000 – 10000 partikel, *flow rate* 1000 – 2000 partikel/detik, *smoothing length* 0.01 m, *time step* 0.004 – 0.02 s, percepatan partikel dari tekanan oleh jantung dengan frekuensi detak 8.377 detak/s, pembatasan grid 64000 grid dengan tetangga maksimum 350 partikel, viskositas 0.1 – 1 Pa.s. Nilai tekanan yang dihasilkan dari simulator sudah sesuai dengan tekanan darah manusia normal yaitu 120/80 mmHg.

**Kata kunci** — darah, kardiovaskular, Lagrange, render, SPH, tekanan.

**Abstract** — Fluid is one phenomenon that is difficult realistically modeled. The research was based on an interest to apply the model of fast and stable particles in fluid simulation, in this case is the cardiovascular system with blood flowing in the geometry of space constraints (blood vessels). Cardiovascular simulator consists of two main things, i.e. simulation and visualization. This research only focused on the simulation where mathematical equations and fluid dynamics equation are necessary to define the movement of blood particle which is quite complex. Simulations are displayed in four rendering modes: point, sphere, marching cube, and wireframe. First simulation show interaction between fluid particles towards the boundary object and branching vessels. Second simulation show systemic circulation. Third simulation shows two system i.e. systemic circulation and pulmonary circulation. Smooth Particle Hydrodynamic (SPH) method with Lagrange equation has been applied properly in this simulator. The parameters applied to simulator: 6000-10000 particles, flow rate from 1000 to 2000 particles/s, the smoothing length 0,01 m, time step 0,004-0,02 s, acceleration of particles from the pressure by the heart beat with frequency of 8377 beats/s, 64000 grid with a maximum of 350 neighboring particles, viscosity of 0.1-1 Pa.s. Pressure values resulting from the simulator is in conformity with normal human blood pressure 120/80 mmHg.

**Keywords** — blood, cardiovascular, Lagrange, rendering, SPH, pressure.

## I. PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang Permasalahan

Penelitian ini didasarkan pada ketertarikan untuk mengaplikasikan model partikel yang cepat dan stabil dalam simulasi fluida, dalam hal ini adalah darah yang mengalir dalam batasan ruang berupa pembuluh darah. Simulator kardiovaskular terdiri dari dua hal utama, yaitu: simulasi dan visualisasi. Akan tetapi dalam penelitian ini hanya difokuskan pada bagian simulasi dimana persamaan matematis dan dinamika fluida diperlukan untuk mendefinisikan pergerakan fluida darah yang cukup kompleks.

### B. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

- 1) mengaplikasikan fungsi Lagrange terhadap partikel darah pada simulasi aliran darah dalam pembuluh darah manusia dengan metoda SPH untuk mendapatkan tampilan simulasi yang realistis;
- 2) melakukan optimasi nilai *default* dalam simulasi untuk memperoleh hasil yang *real time*.

### C. Batasan Masalah

Batasan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

- 1) metoda yang digunakan adalah SPH dengan aplikasi fungsi Lagrange;
- 2) fluida yang dimodelkan hanya darah dan interaksinya dengan *boundary* berupa pembuluh darah;
- 3) sistem kardiovaskular yang dimodelkan adalah darah dan pembuluh pada obyek laki-laki dewasa;
- 4) diasumsikan bahwa pemahaman dasar mengenai fluida dinamis dan fungsi Lagrange telah dimiliki.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

Untuk setiap detak jantung, tekanan darah bervariasi antara tekanan sistolik dan diastolik. Tekanan sistolik adalah tekanan puncak di arteri, yang terjadi menjelang akhir siklus jantung pada saat ventrikel berkontraksi. Tekanan diastolik adalah tekanan minimum di arteri, yang terjadi pada awal siklus jantung ketika ventrikel dipenuhi dengan darah. Menurut *American Heart Association* berikut ini adalah kategori tekanan darah<sup>[7]</sup>.

Tabel 1. Klasifikasi Tekanan Darah Untuk Orang Dewasa.

| Kategori           | Sistolik, Mmhg | Diastolik, Mmhg |
|--------------------|----------------|-----------------|
| Normal             | <120           | <80             |
| Prehipertensi      | 120-139        | 80-89           |
| Hipertensi Tahap 1 | 140-159        | 90-99           |
| Hipertensi Tahap 2 | 160-179        | 100-109         |
| Hipertensi Kritis  | $\geq 180$     | $\geq 110$      |

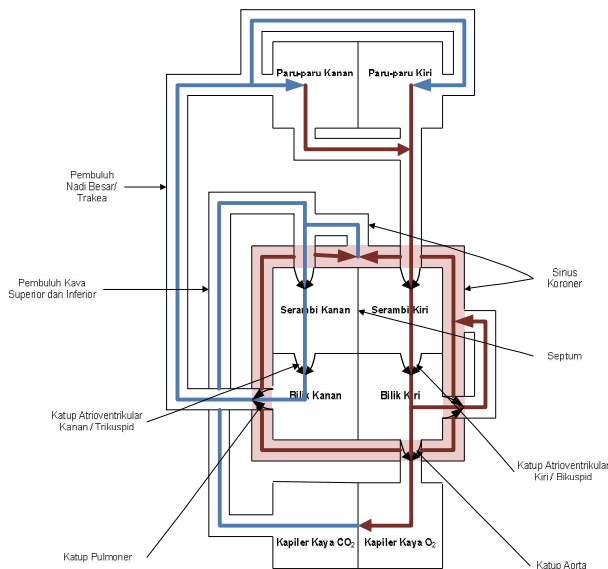
Tabel 2. Klasifikasi Rata-Rata Tekanan Darah Normal.

| Usia      | Tekanan Darah (Mmhg) |
|-----------|----------------------|
| 1 Tahun   | 95/65                |
| 6-9 Tahun | 100/65               |
| Dewasa    | 110/65-140/90        |

### A. Sistem Peredaran Darah Manusia

Peredaran darah manusia terbagi menjadi dua bagian, yaitu sistem peredaran darah besar dan sistem peredaran darah kecil. Sistem peredaran darah besar adalah siklus darah sejak dipompa keluar oleh jantung, mengalir ke seluruh tubuh dan kembali ke jantung. Sedangkan sistem peredaran darah kecil adalah siklus darah mengalir dari jantung menuju paru-paru dan kembali ke jantung. Dua siklus inilah yang akan

dimodelkan dalam simulasi sistem peredaran darah manusia ini.



Gbr. 1. Representasi sistem peredaran darah dalam pemodelan.

### B. Persamaan Navier-Stokes<sup>[1]</sup>

Besaran fisika dari suatu cairan isothermal viskositas adalah kecepatan (*velocity*,  $u$ ), kerapatan massa  $\rho$  dan tekanan  $p$ . Nilainya dianggap kontinu dalam fluida. Perumusan klasik dari gerak untuk aliran fluida tak mampat pada waktu  $t$  diatur oleh persamaan Navier-Stokes<sup>[2]</sup>.

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \nabla \right) u = -\nabla p + \mu \nabla^2 (\nabla u) + f \quad (1)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2)$$

dengan  $\mu$  adalah viskositas fluida, dan  $f$  adalah jumlah dari kerapatan gaya eksternal yang bekerja pada fluida, misalnya gaya gravitasi.

Rumus Navier-Stokes untuk gerakan fluida didasarkan pada struktur jaringan (*grid*). Hal ini pada akhirnya berarti bahwa jumlah bidang tidak hanya bergantung pada waktu, tetapi juga pada posisi *grid*  $r(t)$ , yang juga tergantung pada waktu. Dalam ruang tiga dimensi, vektor posisi dirumuskan dengan

$$r(t) = (x(t), y(t), z(t))^T \quad (3)$$

Persamaan (1) menggambarkan kekekalan momentum, dan pada dasarnya adalah hukum ke-dua Newton untuk fluida. Sisi kanan mewakili total kerapatan gaya, sementara sisi kiri adalah hasil dari kerapatan massa dan kerapatan percepatan. Untuk fluida, kerapatan percepatan adalah turunan waktu penuh dari bidang kecepatan. Dengan menggunakan aturan rantai pada bidang kecepatan, dihasilkan persamaan berikut.

$$\frac{d}{dt} u(t, r(t)) = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t}$$

$$\frac{d}{dt} u(t, r(t)) = \frac{\partial u}{\partial t} + \left[ \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right]^T$$

$$\left[ \frac{\partial x}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial z}{\partial t} \right]^T$$

$$\frac{d}{dt} u(t, r(t)) = \frac{\partial u}{\partial t} + \left( u \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \right]^T \right) u$$

$$\frac{d}{dt} u(t, r(t)) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \nabla \right) u \quad (4)$$

Secara umum, tingkat perubahan dari bidang berdimensi kontinu,  $\psi(t, r(t))$  dalam fluida yang mengalir dari waktu ke waktu, disebut derivatif substansial, dan didefinisikan sebagai

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial t} + u \cdot \nabla \psi \quad (5)$$

dengan  $u \cdot \nabla \psi$  adalah istilah adveksi (ket: gerakan massa udara secara horizontal yg mengakibatkan perubahan unsur fisik udara (seperti: suhu)), dan persamaan (4) menjelaskan bagaimana istilah ini hadir secara matematis. Derivatif substansial adalah turunan penuh terhadap waktu dari bidang  $\psi$  pada persamaan Euler.

Persamaan (2) menggambarkan kekekalan massa untuk fluida tak mampat, dan pada awalnya dirumuskan dalam persamaan Euler<sup>[4]</sup>. Secara umum, persamaan kekekalan massa untuk fluida mampat juga dikenal

sebagai persamaan kontinuitas. Ini adalah turunan substansial dari kerapatan bidang kepadatan, yang menghasilkan persamaan berikut.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (6)$$

Jika kerapatan massa konstan di seluruh fluida, ini menunjukkan bahwa  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  sehingga  $\rho \nabla \cdot u = \nabla \cdot u$ . Fluida ini kemudian disebut tak mampat, dan berakhir dengan divergensi kecepatan bidang bebas.

### III. DESAIN DAN IMPLEMENTASI SISTEM

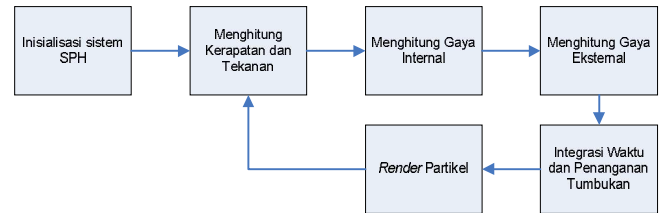
Metoda SPH pada fluida dinamis dengan Lagrange dan komponen pelengkap lain seperti telah disebutkan pada BAB II telah diimplementasikan dalam pemrograman Visual C++ dan OpenGL. Gambar 2 mengilustrasikan aliran simulasi dasar fluida darah dalam simulator peredaran darah manusia.

Tabel 3. Parameter Fisik Darah yang Digunakan dalam Simulasi.

| Deskripsi                 | Simbol     | Nilai      | Satuan            |
|---------------------------|------------|------------|-------------------|
| Gravitasi                 | $g$        | 9.8        | m/s               |
| Time step                 | $\Delta t$ | 0.01       | s                 |
| Tekanan                   | $p$        | 101325 (1) | Pa (Atm)          |
| Kerapatan massa (density) | $\rho_o$   | 1057       | kg/m <sup>3</sup> |
| Massa (partikel)          | $m$        | 0.0002     | kg                |
| Viskositas darah          | $\mu$      | 0.1 – 1    | Pa.s              |
| Iso threshold             | $l$        | 600        | kg/m <sup>3</sup> |

#### A. Metoda Lagrange Fluida

Gambar 2 memberikan penjelasan mengenai tahapan aliran simulasi.



Gbr. 2. Diagram Alir SPH.

### IV. HASIL UJI COBA SISTEM

Pada bagian ini akan dibahas mengenai hasil dari pemodelan dan simulasi peredaran darah manusia dengan SPH fungsi Lagrange. Kode sumber yang digunakan mengacu pada [1] dan [26]. Model yang diujikan pertama adalah mengenai respon fluida terhadap hambatan dan tumbukan, dalam hal ini adalah respon darah terhadap percabangan pada pembuluh darah. Model ini dilengkapi dengan fitur pilihan mode tampilan, jumlah cabang, pengaturan *time step*, dan lain-lain. Model kedua yang diujikan adalah model aliran darah dari jantung ke seluruh tubuh. Model yang dibuat masih sangat sederhana. Melibatkan geometri kotak sebagai *blackbox* jaringan di seluruh tubuh dan dua buah tabung sebagai model pembuluh vena dan arteri. Model ketiga yang diujikan adalah model pembuluh ganda, dengan kode warna darah pada mode *render marching cube* adalah warna biru dan merah. Kode warna biru mewakili peredaran darah dari jantung ke seluruh tubuh, dan kode warna merah mewakili peredaran darah dari jantung ke paru-paru. Hasil dari pengujian ini ditampilkan dalam bentuk grafik tekanan darah.

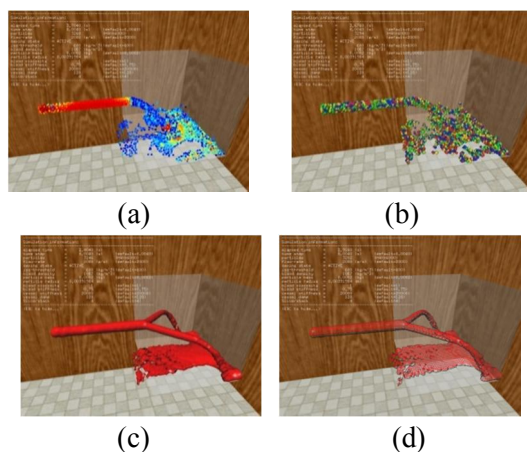
#### A. Lingkungan Uji Coba

Dalam pengujian program simulator ini digunakan komputer dengan spesifikasi detail tertera pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Lingkungan Uji Coba.

|                  |                                         |
|------------------|-----------------------------------------|
| Processor        | Intel Pentium Dual Core T2390, 1.86 GHz |
| Memory           | 2.99 GB                                 |
| Operating System | Microsoft Windows XP SP 3               |
| Display          | Mobile Intel Internal 384 MB            |
| IDE              | Visual Studio 2010 Express              |

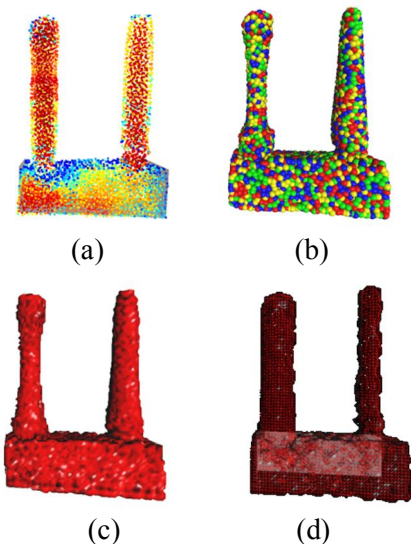
### B. Model Darah dan Percabangan Pembuluh Darah



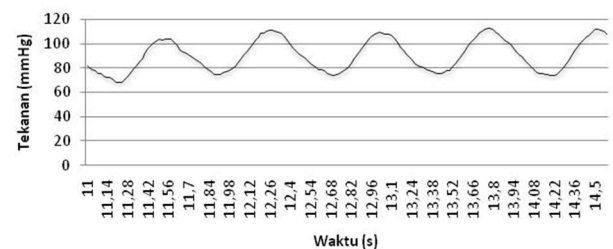
Gbr. 3. (a dan b) Tampilan hasil eksekusi model darah dengan pembuluh tunggal. a) render sebagai titik (*point*). b) render sebagai bentuk ruang (*sphere*). (c dan d) Tampilan pembuluh bercabang c) render sebagai volume (*marching cube*). d) *wire frame*.

### C. Model Aliran Darah dari Jantung ke Seluruh Tubuh

Grafik hubungan antara tekanan darah terhadap waktu tersebut menggambarkan tekanan darah pada manusia normal yaitu tekanan sistolik <120 mmHg dan tekanan diastolik <80 mmHg. Kemampuan prosesor dan kartu grafis komputer mempengaruhi kemulusan grafik yang diperoleh.



Gbr. 4. Tampilan hasil eksekusi model aliran darah dalam pembuluh, dari jantung ke seluruh tubuh. a) Mode gambar dengan partikel sebagai titik (*point*). b) Mode gambar dengan partikel sebagai bentuk ruang (*sphere*). c) Mode gambar partikel sebagai volume (*marching cube*). d) Mode gambar *wire frame*.



Gbr. 5. Grafik tekanan darah yang dihasilkan dari simulasi pembuluh tunggal.

Pada *render* berupa titik, kode warna yang digunakan adalah sebagai simbol mewakili kerapatan partikel. Semakin merah warna suatu area pada simulator menunjukkan semakin rapatnya jumlah partikel di bagian tersebut. Sedangkan pada *render* dengan partikel sebagai bentuk bola (*sphere*) digunakan untuk melihat arah pergerakan tiap-tiap partikel. *Render* dengan *marching cube* digunakan untuk menampilkan permukaan yang lebih realistis sebagai fluida darah. Dan *wireframe* digunakan untuk melihat tampilan *isosurface* secara transparan.

#### D. Model Peredaran Darah Besar dan Peredaran Darah Kecil

Parameter fisik dan konfigurasi simulator peredaran darah besar dan kecil ini secara umum sama dengan konfigurasi pada simulator tunggal dari jantung ke seluruh tubuh seperti telah dijelaskan sebelumnya pada bagian hasil simulasi peredaran tunggal. Penambahan yang dilakukan pada bagian ini terletak pada model pembuluh. Pada simulator ditampilkan dua buah penampang kotak sebagai representasi dari pembuluh darah di seluruh tubuh dan pembuluh darah di paru-paru.

Secara pemrograman dilakukan penambahan geometri *collector* dan *vessel* (pengumpul dan pembuluh). Kecepatan awal partikel adalah nol, tetapi diberikan percepatan yang berasal dari gaya tekanan jantung. Jumlah partikel dibatasi menjadi 5000 partikel tiap pembuluh, jadi partikel total 10000 partikel dan *smoothing length* SPH adalah 0.0125 m, *iso threshold* 400 ( $\text{kg/m}^3$ ). Penentuan parameter simulasi ini berdasarkan perhitungan dengan membandingkan pada keadaan *real* volume darah dan tekanan jantung sebagai berikut.

Penempatan geometri *collector* ini bukan hal mudah karena berhubungan dengan gravitasi dan melibatkan perhitungan yang kompleks untuk memodelkan gerakan partikel di dalamnya, termasuk menghitung arah dan kecepatan pantulan partikel ketika terjadi tumbukan terhadap dinding pembatas ataupun terhadap sesama partikel.

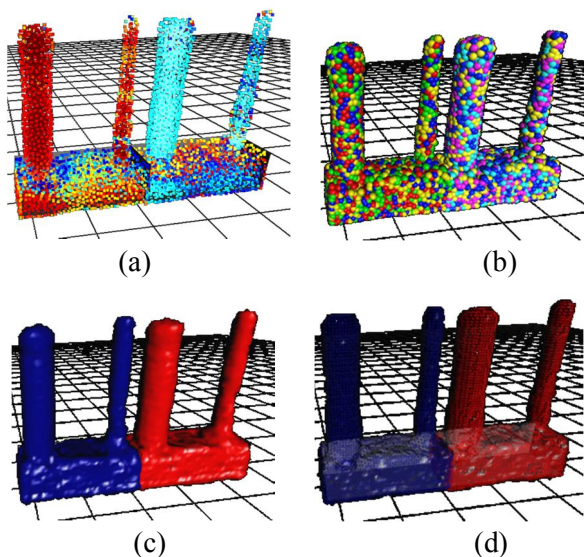
Secara umum grafik telah menunjukkan nilai tekanan darah normal pada manusia yaitu 120/80 mmHg. Walaupun pengambilan data dilakukan secara bersamaan tetapi grafik yang diperoleh tidak identik, hal ini menunjukkan adanya ketidaksimetrisan sistem pembuluh 1 dan 2.

Tabel 5. Data untuk Penentuan Parameter.

| Keterangan                                                                      | Nilai       | Satuan                | Perumusan                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------|-------------|-----------------------|------------------------------------------------------------------|
| Massa jenis darah                                                               | 1057        | $\text{kg/m}^3$       |                                                                  |
| Massa partikel                                                                  | 0.0001      | $\text{kg}$           |                                                                  |
|                                                                                 | 0.1         | $\text{g}$            |                                                                  |
| Volume partikel                                                                 | 9.46074E-08 | $\text{m}^3$          | $(v=m/\rho)$                                                     |
| Radius partikel                                                                 | 0.001913238 | $\text{m}$            | $(v = 4/3*\pi*r^3)$                                              |
|                                                                                 | 1.913237545 | $\text{mm}$           |                                                                  |
| Debit darah                                                                     | 5.6         | $\text{liter/menit}$  |                                                                  |
|                                                                                 | 9.33333E-05 | $\text{m}^3/\text{s}$ | $(\text{debit liter}/1000/60)$                                   |
|                                                                                 | 986.5333333 | $\text{par/s}$        | $(\text{debit } (\text{m}^3/\text{s})/\text{vol } (\text{m}^3))$ |
| Total volume                                                                    | 5           | $\text{liter}$        |                                                                  |
|                                                                                 | 0.005       | $\text{m}^3$          |                                                                  |
|                                                                                 | 52850       | $\text{partikel}$     | $(\text{vol darah}/\text{vol partikel})$                         |
| 1cm3                                                                            | 10.57       | $\text{Par}$          | $(=0.000001/\text{vol partikel})$                                |
| Parameter untuk menentukan derajat kemulusan ( <i>smoothing length</i> ) kernel |             |                       |                                                                  |
| h                                                                               | 0.008       | $\text{m}$            |                                                                  |
| v                                                                               | 2.14466E-06 |                       | $=4/3*\pi()*h^3$                                                 |
| n                                                                               | 22.66906238 |                       | $(\text{vol ruang}/\text{vol partikel})$                         |

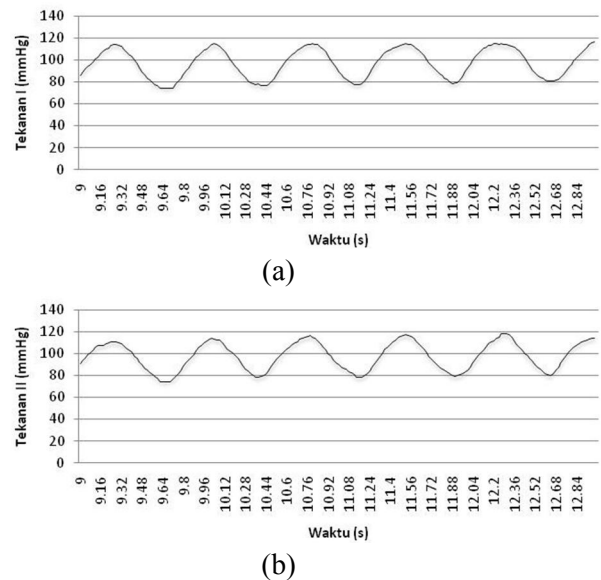
Pengambilan nilai viskositas darah dalam simulasi pembuluh darah tunggal dan ganda ini berbeda dengan nilai viskositas pada simulasi percabangan pembuluh darah, karena jika diterapkan nilai viskositas 1.0 Pa.s untuk darah dengan pembanding 0.2 Pa.s pada air terjadi ledakan pada kecepatan dan pengeluaran partikel. Oleh sebab itu viskositas diatur pada nilai 0.1 Pa.s. Untuk melihat efek perubahan nilai viskositas dapat dilakukan dengan menekan tombol 2 atau ctrl+2 pada *keyboard*. Optimasi dilakukan dengan memilih nilai yang sesuai diterapkan

pada parameter simulasi. Parameter yang dilibatkan telah dibahas pada bagian BAB II dan BAB III. Parameter yang digunakan berbeda pada tiap simulasi karena disesuaikan dengan jumlah partikel yang dilibatkan dan kompleksitas sistem. Nilai yang ditetapkan untuk tiap simulasi telah diuraikan pada bagian deskripsi tiap simulasi. Simulasi yang dihasilkan sudah cukup *realtime* dan realistis.



Gbr. 6. Model peredaran darah besar (merah) dan peredaran darah kecil (biru). a) Mode gambar dengan partikel sebagai titik (*point*). b) Mode gambar dengan partikel sebagai bentuk ruang (*sphere*). c) Mode gambar partikel sebagai volume (*marching cube*). d) Mode gambar *wire frame*.

Target awal untuk memodelkan jantung secara fisis belum dapat diselesaikan dalam penelitian ini. Hal ini disebabkan oleh rumitnya pemodelan secara geometris dan kompleksitas perhitungan tumbukan. Penerapan persamaan model jantung ke dalam simulator SPH memerlukan penelitian lebih lanjut mengingat aplikasi ini cukup signifikan kebutuhannya baik dalam bidang pendidikan maupun kedokteran.



Gbr. 7. Grafik tekanan darah yang dihasilkan dari simulasi. (a) peredaran darah besar dan (b) peredaran darah kecil.

## V. KESIMPULAN DAN SARAN

### A. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari perancangan, pembuatan simulator hingga pengujian sistem adalah sebagai berikut.

- 1) Pemodelan aliran darah dalam pembuluh sederhana telah dapat dimodelkan dengan baik dengan menggunakan metoda Lagrange.
- 2) Parameter yang diterapkan yaitu jumlah partikel 6000 – 10000 partikel, *flow rate* 1000 – 2000 partikel/s, *smoothing length* 0.01 m, *time step* 0.004 – 0.02 s, percepatan partikel dari tekanan oleh jantung dengan frekuensi detak 8.377 detak/s, pembatasan *grid* 64000 *grid* dengan tetangga maksimum 350 partikel, viskositas 0.1 – 1 Pa.s.
- 3) Nilai tekanan yang dihasilkan dari simulator sudah sesuai dengan tekanan darah manusia normal yaitu 120/80 mmHg.

- 4) *Render* dilakukan dalam empat mode, yaitu berupa: titik, ruang, *marching cube* dan *wireframe*.

#### B. Saran

Hasil-hasil yang didapatkan pada penelitian ini tentunya membutuhkan tindak lanjut untuk pengembangan yang lebih baik. Saran-saran yang terkait dengan pengembangan simulator sistem peredaran darah manusia ini antara lain:

- 1) diperlukan penelitian lebih lanjut untuk mengembangkan ke bentuk yang lebih realistis berupa penambahan visualisasi jantung dan gaya yang dihasilkannya;
- 2) pengembangan sistem dengan menambahkan efek perubahan warna dari biru ke merah pada *render marching cube* begitu darah selesai disaring di paru-paru;
- 3) perlu adanya penelitian mengenai metoda yang tepat digunakan untuk menentukan parameter simulasi;
- 4) untuk pengembangan selanjutnya dapat ditambahkan dengan simulasi peredaran darah dengan gangguan berupa penyempitan pembuluh darah atau penyumbatan oleh partikel yang tidak seragam ukurannya dengan partikel normal.

#### REFERENSI

- [1] Amada, T. et. al. (2004), Particle-Based Fluid Simulation on GPU, *ACM Workshop on General-Purpose Computing on Graphics Processors*.
- [2] Berg, M. et. al. (2000), *Computational Geometry: Algorithms and Applications* Second Edition, Springer-Verlag.
- [3] Eberly, D. (2003), *Game Physics*, Morgan Kaufmann.
- [4] Erleben, K., Sporring, J., Henriksen, K., Dohlmann, H. (2005), *Physics-Based Animation*, Charles River Media.
- [5] Foster, N., Fedkiw, R. (2001), Practical Animation of Liquids, *Proceedings of SIGGRAPH*, 15-22.
- [6] Foster, N., Metaxas, D. (1997), Modelling the Motion of a Hot Turbulent Gas, *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series*, 181–188.
- [7] Goktekin, T. G., Bargteil, A. W., O'Brien, J. F. (2004), A Method for Animating Viscoelastic Fluids, *ACM Transactions on Graphics, Proc. of ACM SIGGRAPH*, vol. 23, 463-467.
- [8] Hongbin, J., Xin, D. (2005), Criteria for Smoothed Particle Hydrodynamics Kernels in Stable Field, *Journal of Computational Physics*, 699–709.
- [9] Houston, B., et. al. (2005), Hierarchical RLE Level Set: A Compact and Versatile Deformable Surface Representation, *ACM Transactions on Graphics*.
- [10] Houston, B., Wiebe, M., Batty, C. (2004), RLE Sparse Level Sets, *Proceedings of the SIGGRAPH 2004 Conference on Sketches & Applications*.
- [11] Kelager, M. (2006), *Lagrangian Fluid Dynamics Using Smoothed Particle Hydrodynamics*, PhD Thesis, University of Copenhagen.
- [12] Lorensen, W. E., Cline, H. E. (1987), Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm, *Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, 163–169.
- [13] Losasso, F., Gibou, F., Fedkiw, R. (2004), Simulating Water and Smoke with an Octree Data Structure, *Proceedings of SIGGRAPH*, 457-462.
- [14] Monaghan, J. J. (1992), Smoothed Particle Hydrodynamics, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 30, 543-574.
- [15] Müller, M., Charypar, D., dan Gross, M. (2003), Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications, *Proceedings of*

- 2003 *ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation*, 154-159.
- [16] Müller, M., Solenthaler, B. Keiser, R., dan M. Gross. (2005), Particle-Based Fluid-Fluid Interaction. *Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*, 237-244.
- [17] Nielsen, M. B., dan Museth, K. (2005), Dynamic Tubular *Grid*: An Efficient Data Structure and Algorithms for High Resolution Level Sets, *Journal of Scientific Computing*.
- [18] Osher, S., dan Fedkiw, R. (2003), Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces, Vol. 153 of Applied Mathematical Sciences, Springer.
- [19] \_\_\_\_\_, Real Time Particle Based Fluid Simulation, <http://www.ss.ij4u.or.jp/~amada/fluid>, 16 September 2010